

# **OPTIMIZAÇÃO E FIABILIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉCTRICA**

**2002/2003**

**CADERNO DE EXERCÍCIOS DE APOIO  
ÀS AULAS TEÓRICO-PRÁTICAS  
DE OFSEE**

Março de 2003

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores - FCTUC

**1- FUNCIONAMENTO ÓPTIMO DOS SEE****1.1 - Despacho ótimo**

Considere uma central com duas unidades geradoras em que os limites superior e inferior de geração para ambas são respectivamente 20 e 150 MW. As curvas de custo, em \$/hora, relativas às duas unidades, são representadas pelas expressões:

$$C_1 = 200 + 3 \cdot P_{G1} + 0.125 \cdot P_{G1}^2 \quad \text{dólares/hora}$$

$$C_2 = 500 + 1 \cdot P_{G2} + 0.25 \cdot P_{G2}^2 \quad \text{dólares/hora}$$

- Como será partilhada a carga, com uma distribuição a custo mínimo, com esta a variar em toda a gama (40 a 300 MW)?
- Qual a distribuição da carga pelas duas unidades que conduz a um custo mínimo para uma carga total de 160 MW?
- Qual o valor do custo total mínimo de funcionamento, bem como o valor do custo incremental, para uma carga total de 160 MW?

Soluções: b)  $P_{G1} = 104$  MW,  $P_{G2} = 56$  MW; c) IC = 29 \$/MWh

**1.2 - Despacho ótimo**

A variação unitária do custo de combustível, em dólares/MWh, referente a dois geradores constituintes de uma central a fuel é dada pelas equações:

$$dC_1/dP_{G1} = 0.015 P_{G1} + 2.4$$

$$dC_2/dP_{G2} = 0.017 P_{G2} + 2.0$$

Suponha que as unidades estão sempre a trabalhar, devendo as potências geradas de cada uma situar-se entre os níveis: 20 MW e 125 MW. Determine a distribuição de carga entre as unidades 1 e 2 para os seguintes valores de carga total solicitada:

- $P_D = 50$  MW
- $P_D = 150$  MW
- $P_D = 250$  MW

Soluções: a)  $P_{G1} = 20$  MW,  $P_{G2} = 30$  MW; b)  $P_{G1} = 67.2$  MW,  $P_{G2} = 82.8$  MW; c)  $P_{G1} = 125$  MW,  $P_{G2} = 125$  MW;

**1.3 - Despacho ótimo**

Um grupo de dois geradores, 200 MW cada, cujos custos incrementais, em dólares/MWh são dados pelas expressões:

$$dC_1/dP_{G1} = 0.1 P_{G1} + 20$$

$$dC_2/dP_{G2} = 0.12 P_{G2} + 15$$

fornece uma potência constante de 300 MW.

- Compare, em termos de custo, a distribuição ótima de carga, com a distribuição igual pelas duas unidades.

- b) Em que situação é que uma distribuição igual pelas duas unidades corresponde a uma distribuição a custo mínimo.

Soluções: a) Preferível a situação de despacho ótimo com custo inferior em 9.09 \$/hora

### 1.4 - Despacho ótimo

Considere um sistema com dois geradores cujas curvas de custo são representadas pelas expressões:

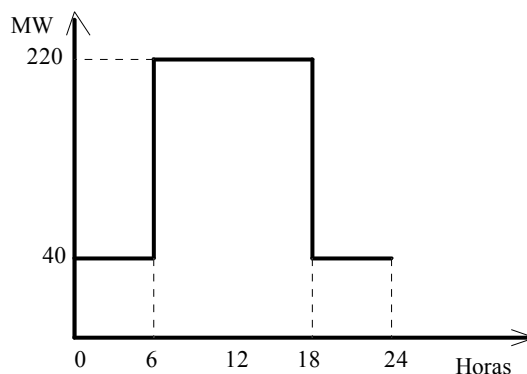
$$C_1 = 120 + 40 \cdot P_{G1} + 0.1 \cdot P_{G1}^2 \quad \text{dólares/hora}$$

$$C_2 = 100 + 30 \cdot P_{G2} + 0.125 \cdot P_{G2}^2 \quad \text{dólares/hora}$$

Considere que o arranque de uma unidade após permanecer 12 h inactiva implica um custo suplementar de 400 dólares e que os limites de geração de cada unidade são:

$$20 \text{ MW} \leq P_G \leq 125 \text{ MW}$$

A curva de consumo diário é apresentada na figura:



- a) Verifique qual das hipóteses é economicamente mais viável:  
 A- Os dois geradores sempre a funcionar  
 B- Funciona apenas uma unidade nas horas de vazio (carga mais baixa) e ambas nas horas de ponta (maior carga).
- b) Para a hipótese A calcule o custo diário da produção e o custo médio de produção do KWh.

Soluções: a) Hipótese B mais económica (\$2120/dia inferior à hipótese A); b) Custo diário = \$147 960/dia, Custo médio = \$0.0474/kWh

### 1.5 - Despacho ótimo

As curvas de custo de dois geradores de uma pequena central em \$/hora são:

$$C_1 = 125 + 4 \cdot P_{G1} + 0.2 \cdot P_{G1}^2$$

$$C_2 = 100 + 2.3 \cdot P_{G2} + 0.5 \cdot P_{G2}^2$$

Ambas as unidades se encontram sempre em serviço e para ambas os limites de débito de situam entre os 15 e 110 MW. Supondo que os critérios de despacho globais desaconselham o funcionamento da central a um custo incremental superior a 50 \$/MWh, calcule a potência

máxima que se pode pedir ao conjunto dos dois grupos para que funcionem com o mesmo custo incremental, assim como o valor do próprio custo incremental corresponde a este regime.

Soluções: a)  $P_{D_{\max}} = 155.7 \text{ MW}$ ,  $IC = \lambda = \$48/\text{MWh}$ ;

### 1.6 - Despacho óptimo

Considere uma central eléctrica constituída por dois geradores. As curvas de custo (\$/hora) são apresentadas pelos polinómios:

$$C_1 = 400 + 2 * P_{G1} + 0.01 * P_{G1}^2$$

$$C_2 = 450 + 2.5 * P_{G2} + 0.005 * P_{G2}^2$$

Existe uma solicitação de carga de 150 MW. Determine:

- A distribuição de  $P_{G1}$  e  $P_{G2}$  que leva a um custo mínimo
- O valor do custo total mínimo de funcionamento, bem como o valor do multiplicador de Lagrange (custo incremental).

Soluções: a)  $P_{G1} = 66.7 \text{ MW}$ ,  $P_{G2} = 83.3 \text{ MW}$ ; b) Custo total = \$1270.8 /hora,  $IC = \lambda = \$3.33/\text{MWh}$

### 1.7 - Despacho óptimo

A variação unitária do custo de combustível em \$/MW vem dado pelas equações:

$$dC_1/dP_{G1} = 0.01 P_{G1} + 2$$

$$dC_2/dP_{G2} = 0.012 P_{G2} + 1.6$$

Supondo que as unidades trabalham durante todo o tempo e que a carga total  $P_D$  varia de 40 a 250 MW, sendo as cargas máxima e mínimas de cada unidade de 125 e 20 MW, respectivamente. Para uma carga de 180 MW, determine a variação do custo de combustível entre uma distribuição de carga igual (90 + 90 MW) e a situação de repartição óptima da carga.

Soluções:

### 1.8 - Despacho óptimo

O custo incremental do fuel em \$/MWh para uma central constituída por duas unidades é dado pelas equações:

$$dC_1/dP_{G1} = 0.2 P_{G1} + 40$$

$$dC_2/dP_{G2} = 0.25 P_{G2} + 30$$

Assuma que as unidades estão sempre a operar todo o tempo e a carga varia 40 a 250 MW, sendo o débito máxima e mínimo de cada unidade de 125 e 20 MW, respectivamente.

- Como será partilhada a carga, com uma distribuição a custo mínimo, com esta a variar em toda a gama ?
- Qual a distribuição óptima para uma carga de 150 MW.
- Determine a diferença de custo do fuel para alimentar uma carga de 130 MW com uma distribuição óptima e para uma distribuição igual para as duas unidades.

Soluções: b)  $P_{G1} = 61.1 \text{ MW}$ ,  $P_{G2} = 88.9 \text{ MW}$ ; c) Difer. Custo = \$50.6 /Hora;

### 1.9 - Despacho ótimo

Duas unidades térmicas de 400 MW fornecem potência para um mesmo barramento. As equações de custo para uma hora de funcionamento de cada uma das unidades é dada por:

$$C_1 = 180 + 9 \cdot P_{G1} + 0.002 \cdot P_{G1}^2$$

$$C_2 = 180 + \beta \cdot P_{G2} + \gamma \cdot P_{G2}^2$$

Para um fornecimento de 550 MW pelas duas unidades o custo incremental ( $\lambda$ ) é 10 e para um fornecimento de 700 MW pelas duas unidades o custo incremental é de 10.25.

Determinar o escalonamento ótimo das duas unidades para os dois fornecimentos e os coeficientes da equação de custo da segunda unidade.

Soluções:  $\beta = 9.143$ ,  $\gamma = 0.0014286$ ;  $P_{550} \rightarrow P_{G1} = 250 \text{ MW}$ ,  $P_{G2} = 300 \text{ MW}$ ;  $P_{700} \rightarrow P_{G1} = 312$ ,  $P_{G2} = 387,5 \text{ MW}$

### 1.10 - Despacho ótimo

Considere uma central com 3 grupos geradores, que se encontram sempre em serviço, e que as características de custo incremental são da forma:

$$b + 2 \cdot c \cdot P \quad (\$/\text{MWh})$$

Para os níveis de carga extremos obtivemos as seguintes distribuições de carga, custo incremental e custo de operação por hora.

PD = 300 MW (Mínimo)

Grupo	Pg	Custo incremental	Custo de operação
1	150.0	7.875	1663.125
2	100.0	8.00	1090.00
3	50.0	8.40	490.00

PD = 1200 MW (Máximo)

Grupo	Pg	Custo incremental	Custo de operação
1	600.0	9.0	5460.00
2	400.0	9.2	3670.00
3	200.0	9.6	1840.00

O despacho global impõe que nenhum dos grupos, nos períodos de maior solicitação de potência, funcione com custo incremental superior a 9.2  $\$/\text{MWh}$ . Determine a potência máxima que a central poderá fornecer nesta condições.

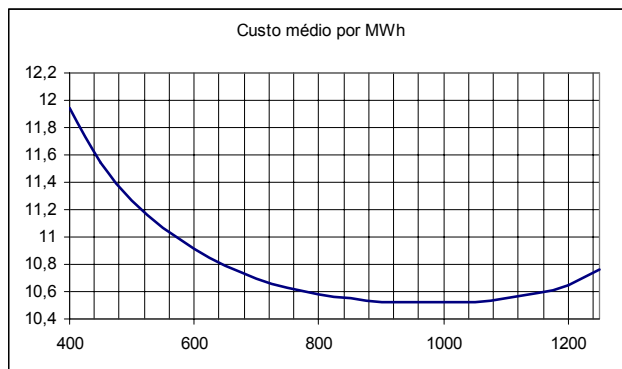
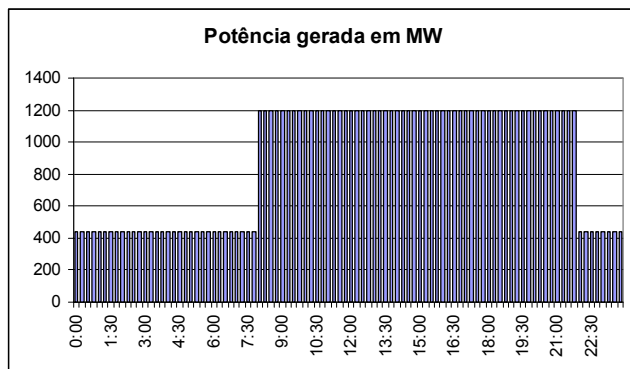
Soluções:  $P_D = 1150 \text{ MW}$

### 1.11 - Despacho ótimo - Estudo de caso

Considere um sistema de geração, que fornece energia à rede elétrica, constituído por três geradores. As funções custo dos três geradores são representadas por polinómios de segundo grau ( $C = a + bP_G + cP_G^2$ ). As segundas derivadas de cada uma das funções custo dos geradores são 0.0048, 0.015 e 0.03 para os grupos 1, 2 e 3 respectivamente. As características individuais dos geradores, nomeadamente, potência mínima e máxima evolução dos custos incrementais (IC) e de funcionamento, bem com, do custo médio por MWh, estão representadas na tabela seguinte:

PG (MW)	IC1 \$/MWh	IC2 \$/MWh	IC3 \$/MWh	C1 \$/MWh	C2 \$/MWh	C3 \$/MWh	Cmed1 \$/MWh	Cmed2 \$/MWh	Cmed3 \$/MWh
80			8.90			766			9.58
100			9.95			950			9.50
120		8.00	10.10		1502	1146		12.52	9.55
140		8.30	10.70		1665	1354		11.89	9.67
160		8.60	11.30		1834	1574		11.46	9.84
180		8.90	11.90		2009	1806		11.16	10.03
200	8.77	9.20	12.50	2507	2190	2050	12.53	10.95	10.25
220	8.86	9.50	13.10	2683	2377	2306	12.20	10.80	10.48
240	8.96	9.80	13.70	2861	2570	2574	11.92	10.71	10.73
260	9.06	10.10	14.30	3042	2769	2854	11.70	10.65	10.98
280	9.16	10.40		3224	2974		11.51	10.62	
300	9.25	10.70		3408	3108		11.36	10.62	
320	9.35	11.00		3594	3402		11.23	10.63	
340	9.45	11.30		3782	3625		11.12	10.66	
360	9.54	11.60		3972	3854		11.03	10.71	
380	9.64	11.90		4163	4089		10.96	10.76	
400	9.74	12.20		4357	4330		10.89	10.83	
420	9.83			4553			10.84		
440	9.93			4751			10.80		
460	10.03			4950			10.76		
480	10.12			5152			10.73		
500	10.22			5355			10.71		
520	10.32			5560			10.69		
540	10.41			5768			10.68		
560	10.51			5977			10.67		
580	10.61			6188			10.67		
600	10.70			6401			10.67		

- a) Estando os três grupos a funcionar em despacho óptimo sem perdas, qual será a potência total gerada pelos três grupos correspondente a um custo incremental do sistema de 11.3 \$/MWh.
- b) Suponha uma variação do custo incremental de 9.92 para 10.572 o que corresponde a um aumento da potência gerada de 200 MW. Considerando os três grupos a funcionar em despacho óptimo a custos incrementais iguais, justifique porque razão esse aumento de potência gerada não foi suportado de modo idêntico pelos três grupos tendo o grupo 1 contribuído com 67,4%, o grupo 2 com 21,8% e o grupo 3 com 10,8%.
- c) Considerando que o gestor do sistema faz uma gestão óptima e que o preço iguala o custo marginal, determine qual o resultado da venda de energia e qual o resultado (sem consideração do impacto dos custos fixos) diário tendo em conta o diagrama de potência gerada com dois patamares um de 440 e outro 1200 MW e o diagrama com a evolução do custo médio por MWh apresentados nos gráficos abaixo.



Soluções: a) 1100 MW c) \$17836

### 1.12 - Despacho óptimo - Estudo de caso

Considere um sistema de geração, que fornece energia à rede eléctrica, constituído por três geradores. As características dos geradores respeitantes à função de custo incremental (IC), custo incremental correspondente à potência mínima e máxima (ICmax e ICmin), potência mínima e máxima (Pmin e Pmax) custo de funcionamento à potência mínima (C.Pmin) e à potência máxima (C. Pmax), são apresentados na tabela 1. Os preços de compra pela rede são indicados na tabela 2.

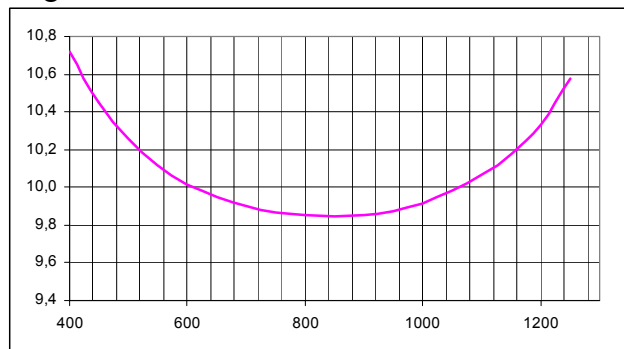
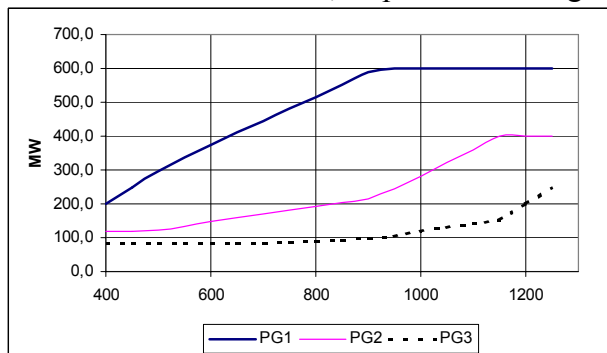
Tabela 1.

Gerador	IC (\$/MWh)	ICmin (\$/MWh)	ICmax (\$/MWh)	Pmin (MW)	Pmax (MW)	C. Pmin (\$)	C. Pmax (\$)
1	$7.2 + 0.00484P_G$	8.168	10.104	200	600	2187	6401
2	$6.8 + 0.015P_G$	8.600	12.800	120	400	1424	4330
3	$5.2 + 0.05P_G$	9.200	17.700	80	250	676	2713

Tabela 2

Período	Preço por WMh
8 – 10	12.8
10 – 18	15.0
18 – 22	12.8
22 – 8	8.6

A evolução da repartição de carga e a evolução do custo médio do MWh, com os três geradores em funcionamento, entre a potência mínima e a potência máxima, considerando o sistema a funcionar a custo mínimo, é apresentada no gráfico seguinte.



- Considerando que os geradores funcionam sempre em despacho óptimo, determine o intervalo exacto de potência fornecida pelo sistema  $[P_{Dmin}; P_{Dmax}]$  e as correspondentes distribuições óptimas de carga pelos grupos, onde todos funcionam a custos incrementais iguais.
- A partir de que valor aproximado do IC se dá a inversão da evolução do custo médio com  $P_D$ ? Justifique.
- Determine quais os níveis de potência a fornecer ao longo do dia de modo a garantir a máxima receita líquida que é possível obter, com a venda de energia durante 24 horas.
- Para o período das 22 às 8 horas quantifique (pode ser valor aproximado) o lucro ou o prejuízo obtido mantendo o sistema em funcionamento mesmo que otimizado.

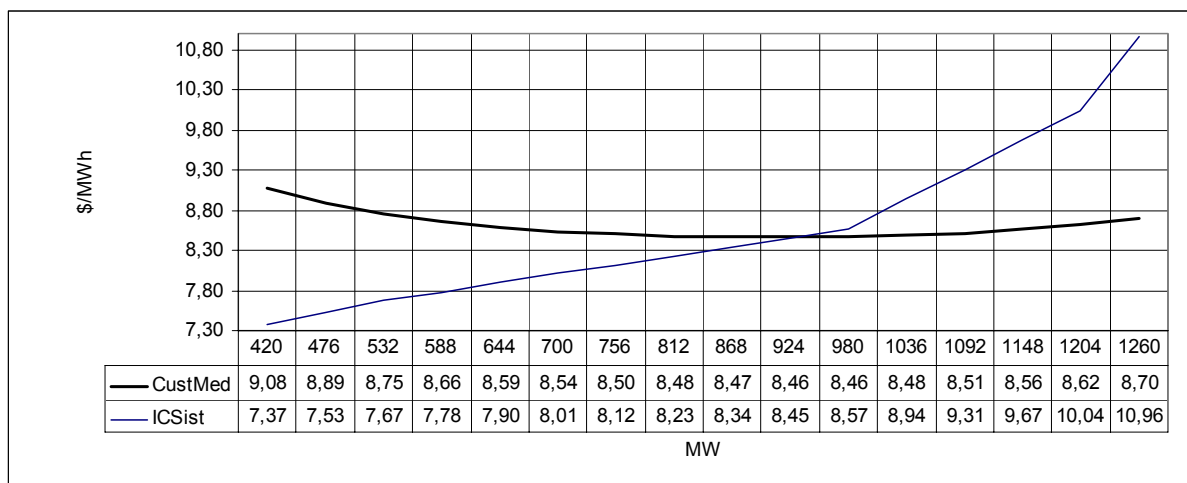
Soluções: a)  $P_{Dmin} = 653,2$  MW ( $P_{G1} = 413,2$ ,  $P_{G2} = 160$ ,  $P_{G3} = 80$ );  $P_{Dmax} = 918,4$  MW ( $P_{G1} = 600$ ,  $P_{G2} = 220,3$ ,  $P_{G3} = 98,1$ ); b) 9,82 \$/MWh; c) 1152, 1196, 1152, 491,7 (MW); d) - \$83589 (prejuízo)

**1.13 - Despacho óptimo - Estudo de caso (Frequência 2001/06/06)**

Uma central constituída por três grupos geradores, cujas curvas de custo de funcionamento são representadas por polinómios de 2º grau é gerida de modo a funcionar sempre respeitando os critérios de despacho óptimo. A tabela seguinte apresenta a evolução dos custos incrementais individuais entre a potência mínima e a máxima.

P <sub>gi</sub>	IC1	IC2	IC3
100			7,60
120		7,68	8,08
140		7,86	8,56
160		8,04	9,04
180		8,22	9,52
200	7,37	8,40	10,00
220	7,43	8,58	10,48
240	7,49	8,76	10,96
260	7,55	8,94	
280	7,61	9,12	
300	7,67	9,30	
320	7,73	9,48	
340	7,79	9,66	
360	7,85	9,84	
380	7,91	10,02	
400	7,97	10,20	
420	8,03		
440	8,09		
460	8,15		
480	8,21		
500	8,27		
520	8,33		
540	8,39		
560	8,45		
580	8,51		
600	8,57		
620	8,63		

O gráfico seguinte representa a variação do custo médio do MWh produzido e do custo incremental do sistema em toda a gama de produção da central, entre os 420 e os 1260 MW.





- a) Quando o custo incremental do sistema varia entre os 8 e 8,5 \$/MWh qual a variação da potência gerada individual de cada gerador. Como justifica essa variação sabendo que todos os geradores estão a funcionar a custos incrementais iguais.
- b) Tendo em conta que o sistema está a ser gerido de modo a maximizar as receitas líquidas com a venda da energia produzida, respeitando um determinado contrato de fornecimento, determine o montante líquido diário obtido sabendo que a central é ajustada para funcionar com um custo incremental de 8 \$/MWh entre as 0 e as 7 horas e de 10 \$/MWh no restante período do dia. O valor pretendido não necessita de ser exacto.

Soluções: a)  $\Delta P_{G1}=166,67\text{MW}$  (69%),  $\Delta P_{G2}=55,55\text{MW}$  (23%),  $\Delta P_{G3}=20,83\text{MW}$  (8%); b) lucro=23844 \$/dia;

### 1.14 - Despacho óptimo - Estudo de caso (Exame 2001/06/21)

Considere uma central de produção de energia eléctrica composta por três grupos de geradores cujas características são apresentadas na tabela seguinte:

Grupo	Pgmin (MW)	Pgmax (MW)	Custo à Pot. Mínima (\$/h)	Curva de IC (\$/MWh)
1	200	620	1927	$6,8 + 0,003 P_G$
2	120	400	1167	$6,6 + 0,009 P_G$
3	100	240	720	$5,2 + 0,024 P_G$

Em seguida apresentam-se as repartições de carga pelos geradores e os respectivos custos incrementais em toda a gama possível de produção.

PD MW	PG1 MW	PG2 MW	PG3 MW	IC1 \$/MWh	IC2 \$/MWh	IC3 \$/MWh
410,00	190,00	120,00	100,00	7,37	7,68	7,60
463,33	243,33	120,00	100,00	7,53	7,68	7,60
512,92	290,00	120,00	102,92	7,67	7,68	7,67
565,28	326,67	131,11	107,50	7,78	7,78	7,78
623,61	366,67	144,44	112,50	7,90	7,90	7,90
677,08	403,33	156,67	117,08	8,01	8,01	8,01
730,56	440,00	168,89	121,67	8,12	8,12	8,12
784,03	476,67	181,11	126,25	8,23	8,23	8,23
837,50	513,33	193,33	130,83	8,34	8,34	8,34
890,97	550,00	205,56	135,42	8,45	8,45	8,45
945,97	586,67	218,89	140,42	8,56	8,57	8,57
1002,50	586,67	260,00	155,83	8,56	8,94	8,94
1057,50	586,67	300,00	170,83	8,56	9,30	9,30
1114,03	586,67	341,11	186,25	8,56	9,67	9,67
1170,56	586,67	382,22	201,67	8,56	10,04	10,04
1226,67	586,67	400,00	240,00	8,56	10,20	10,96

- a) Entre que valores de potência fornecida pela central é garantido que os três geradores funcionam a custos incrementais iguais? Para este intervalo de potência determine as variações na potência gerada de cada um dos geradores. Comente justificadamente os valores das variações encontrados.
- b) Suponha que a produção da central foi ajustada para funcionar, obedecendo ao critérios do despacho óptimo, com custos incrementais de 8,12 e 9,30 \$/MWh entre as 0:00 e as 8:00 e entre as 8:00 e as 24:00 horas, respectivamente. Determine os custos diário de funcionamento da central.

- c) Suponha agora que os preços pagos à produção eram de 7,5 \$/MWh e de 11\$/MWh nos períodos entre as 0:00 e as 8:00 e entre as 8:00 e as 24:00 horas, respectivamente. O ajuste da produção da central feita em b) seria o mais conveniente do ponto de vista económico? Se não for quais os valores para que deveria ser ajustada a produção? Justifique.

Soluções: a)  $P_{Dmin} = 516,67$  MW;  $P_{Dmax} = 944045$  MW; b) custo diário=194285,13 \$/dia;  
c) Não é o mais conveniente

### 1.15 - Despacho óptimo - Estudo de caso (Exame de Recurso 2001/07/23)

Considere um sistema de geração, que fornece energia à rede eléctrica, constituído por três geradores. As funções custo dos três geradores são representadas por polinómios de segundo grau ( $C = a + bPG + cPG^2$ ). A segunda derivada de cada uma das funções custo dos três grupos geradores é 0.0048, 0.015 e 0.03 para os grupos 1, 2 e 3 respectivamente. As características individuais dos geradores, nomeadamente, potência mínima e máxima evolução dos custos incrementais (IC) e de funcionamento, bem com, do custo médio por MWh, estão representadas na tabela seguinte:

PG (MW)	IC1 \$/MWh	IC2 \$/MWh	IC3 \$/MWh	C1 \$/MWh	C2 \$/MWh	C3 \$/MWh
80			8.90			766
10			950			950
120		8.00	10.10		1502	1146
140		8.30	10.70		1665	1354
160		8.60	11.30		1834	1574
180		8.90	11.90		2009	1806
200	8.77	9.20	12.50	2507	2190	2050
220	8.86	9.50	13.10	2683	2377	2306
240	8.96	9.80	13.70	2861	2570	2574
260	9.06	10.10	14.30	3042	2769	2854
280	9.16	10.40		3224	2974	
300	9.25	10.70		3408	3108	
320	9.35	11.00		3594	3402	
340	9.45	11.30		3782	3625	
360	9.54	11.60		3972	3854	
380	9.64	11.90		4163	4089	
400	9.74	12.20		4357	4330	
420	9.83			4553		
440	9.93			4751		
460	10.03			4950		
480	10.12			5152		
500	10.22			5355		
520	10.32			5560		
540	10.41			5768		
560	10.51			5977		
580	10.61			6188		
600	10.70			6401		

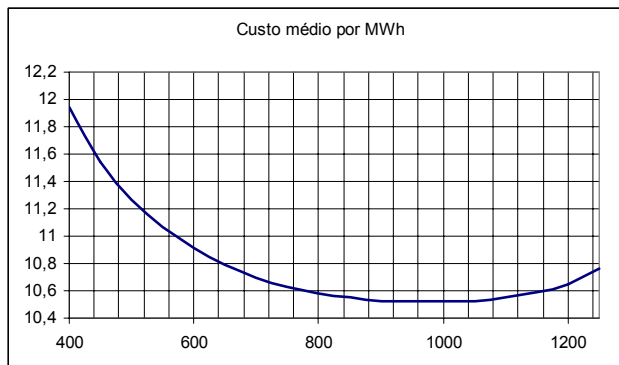
- a) Entre que valores de potência fornecida pela central é garantido que os três geradores funcionam a custos incrementais iguais?  
b) Dentro da gama de potência gerada, em que os grupos funcionam com custos incrementais iguais determinada na alínea anterior com se repartirá uma variação de 200

MW pelos três grupos. Justifique porque é que essa variação não é igual mente repartida pelos três grupos

- c) Qual deverá ser o diagrama de potência gerada, considerando que o gestor do sistema faz uma gestão otimizada do ponto de vista das receitas e que os preços de venda por MWh e a evolução do custo médio por MWh são os que se apresentam em seguida.

Preço de venda da energia em (\$/MWh):

<u>Período:</u>	<u>Preço:</u>
22:00 às 8:00	10.10
8:00 às 22:00	13.70



- d) Considerando o diagrama de produção determinado na alínea b) calcule a receita diária obtida com a produção e determine para que valores custos de arranque/paragem era economicamente vantajoso desligar o grupo 3. Se não resolveu a alínea anterior use para diagrama de produção os seguintes valores:

<u>Período:</u>	<u>Produção em MW:</u>
22:00 às 8:00	840
8:00 às 22:00	1200

Soluções: a)  $P_{Dmin} = 487,08$  MW;  $P_{Dmax} = 1040$  MW; b)  $\Delta P_{G1}=135,135$  MW (67,6%),  $\Delta P_{G2}=43,24$  MW (21,6%),  $\Delta P_{G3}=21,62$  MW (10,8%); c)  $P_{D(22h \rightarrow 8h)} = 857,08$  MW;  $P_{D(8h \rightarrow 22h)} = 1240$  MW; d) receita=324397,08 \$/dia. Não é vantajoso desligar o grupo 3.

### 1.16 – Despacho económico e controlo Pf

2 grupos geradores:

	Grupo 1	Grupo 2
R	-0,7 Hz/pukW	-0,5 Hz/pukW
Pn	2300 kW	2500 kW
a	0,2 uc/kW <sup>2</sup>	0,25 uc/kW <sup>2</sup>
b	40 uc/kW	20 uc/kW

As posições dos variadores de velocidade são tais que os grupos debitarão as respectivas potências nominais à frequência de 50 Hz.

Os geradores funcionam em coerência e com custo mínimo por unidade de tempo.

- a) Qual a carga servida nas condições enunciadas?  
 b) Qual a frequência comum de funcionamento?

Soluções: a)  $P_D = 2772,52$  kW; b)  $f_i=50,245$ Hz

**1.17 – Despacho económico e controlo Pf**

2 grupos geradores:

	Grupo 1	Grupo 2
R	?	-0,5 Hz/pukW
Pn	2500 kW	2300 kW
a	0,1 uc/kW <sup>2</sup>	0,15 uc/kW <sup>2</sup>
b	30 uc/kW	10 uc/kW

Os geradores funcionam com custo mínimo por unidade de tempo à frequência de 50 Hz, partilhando uma carga de 3000 kW. Os grupos funcionam a uma frequência comum quando ambos debitam a potência nominal.

a) qual a característica de regulação de velocidade do grupo 1?

A carga total imposta aos dois grupos desceu, sem que tenha havido acção sobre os variadores de velocidade. A frequência estabilizou em 50,05 Hz.

b) Qual a variação de carga que ocorreu?

c) O que seria necessário para repor o funcionamento óptimo?

Soluções: a)  $R_1 = -0,7115$  Hz/pu kW; b)  $\Delta P_D = -407,66$  kW

**1.18 – Despacho económico e controlo Pf**

2 grupos geradores:

	Grupo 1	Grupo 2
R	-0,5 Hz/puMW	-0,7 Hz/puMW
Pn	300 MW	500 MW
a	4 uc/MW <sup>2</sup>	1 uc/MW <sup>2</sup>
b	20 uc/MW	1 uc/MW
d	100 uc	200 uc

o custo de funcionamento é dado pela expressão genérica

$$c = d + b x P_G + \frac{1}{2} x a x P_G^2 \text{ (uc/h)}$$

As posições dos variadores de velocidade são tais que os grupos debitarão as respectivas potências nominais à frequência de 50 Hz. Os geradores funcionam em coerência e com custo mínimo por unidade de tempo.

a) qual a carga servida pelos dois grupos?

A carga subiu sem que tenha havido acção sobre os variadores de velocidade dos grupos, conduzindo a uma descida de frequência de 0,05Hz.

b) Qual a variação de carga que ocorreu?

- c) Qual o novo custo de funcionamento do sistema?
- d) Qual o valor do custo se se aplicar a estratégia de despacho à nova condição de carga?
- e) Como se conseguiria que os dois grupos funcionassem de acordo com o critério de despacho?

Soluções: a)  $P_D=239,42$  MW; b)  $\Delta P_D=65,75$  MW; c)  $C_T= 39691,36$  \$/dia; d)  $C'_T= 38980,21$  \$/dia;

## 2 - Análise de Fiabilidade em SEE

### 2.1- Construção da tabela de probabilidade de perda de geração (TPPG)

Considere um sistema de geração com 4 grupos geradores iguais com capacidade de 50 MW cada um e com taxa de avarias forçada (FOR) igual a 0.04. Construa a TPPG deste sistema.

### 2.2- Construção da tabela de probabilidade de perda de geração (TPPG)

Considere um sistema com 4 unidades de geração. Três delas são iguais entre si e possuem uma capacidade de 20 MW e uma FOR de 0.04. A última tem uma FOR idêntica às três primeiras e uma capacidade de 40 MW. Construa a TPPG deste sistema.

### 2.3- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

Considere a seguinte distribuição de carga, que pretende representar uma curva de duração de carga aproximada a uma sucessão de segmentos de recta:

Valor da carga (MW)	Tempo acumulado (%) (1)
80	0
70	20
60	50
50	80
40	95
30	100

(1) Tempo durante o qual o SEE teve uma carga de potência igual ou superior ao valor indicado na coluna da esquerda

Admitindo que o sistema de geração que alimenta a carga assim modelizada é o do exercício 2.2, determine a probabilidade de perda de carga (LOLP).

Soluções: LOLP = 8,889 dias/ano

### 2.4- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

Considere disponíveis os seguintes tipos de grupos geradores:

Tipo	Capacidade	FOR
1	200	0.03
2	100	0.04

Um sistema constituído por 4 grupos, 3 do tipo 1 e 1 do tipo 2, satisfaz a seguinte distribuição diária de carga:

Período	Potência
0 - 4	300
4 - 8	350
8 - 12	550
12 - 16	500
16 - 20	650
20 - 24	450

a) Construa a Tabela de Probabilidade de Perda de Geração (TPPG) e calcule a Probabilidade de Perda de Carga (LOLP).

- b) No sentido de melhorar a fiabilidade do sistema decidiu-se instalar mais um grupo do tipo 2. Calcule de novo a LOLP.

Soluções: a) LOLP = 13,749 dias/ano; b) LOLP = 6,3205 dias/ano

## 2.5- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

Considere disponíveis os seguintes tipos de grupos geradores:

Tipo	Capacidade	FOR
1	300	0.02
2	200	0.03
3	100	0.04

Um sistema constituído por 4 grupos , 2 do tipo 1 e 2 do tipo 3, apresenta a seguinte distribuição diária de carga para dois dias da semana:

Período	Segunda (MW)	Terça (MW)
0 - 4	300	400
4 - 8	400	500
8 - 12	600	700
12 - 16	550	600
16 - 20	650	750
20 - 24	450	550

A correspondente Tabela de Probabilidade de Perda de Geração (TPPG) é aqui apresentada:

Potência fora de serviço	Probabilidade individual	Probabilidade Acumulada
0	0.885E+00	1.000E+00
100	0.738E-01	0.115E+00
200	0.154E-02	0.411E-01
300	0.361E-01	0.396E-01
400	0.301E-02	0.347E-02
500	0.627E-04	0.463E-03
600	0.369E-03	0.440E-03
700	0.307E-04	0.314E-04
800	0.640E-06	0.640E-06

- a) Determine as Probabilidades de Perda de Carga (LOLP) para as duas distribuições de carga.  
 b) Faça a expansão do sistema acrescentando um grupo gerador do tipo 2, aumentando assim a sua capacidade de reserva. Determine a nova LOLP para a distribuição de terça feira.

Soluções: a) LOLP(2ª) = 7,5843 dias/ano, LOLP(3ª) = 14,553 dias/ano; b) LOLP(3ª) = 3,0565 dias/ano

## 2.6- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

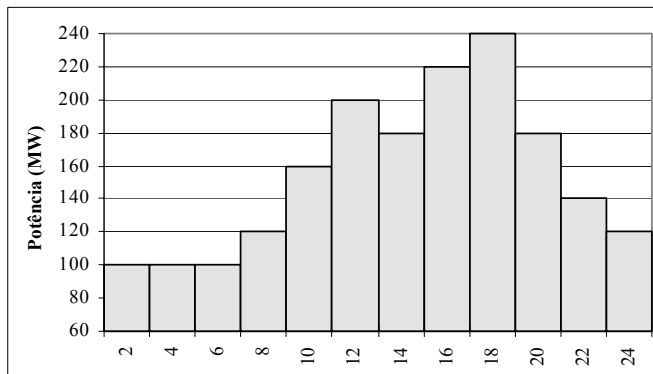
Considere a distribuição de carga da figura e dois sistemas de geração ambos com uma potência instalada de 300 MVA.

Sistema de geração 1

Grupo	Potência	FOR
1	60	0.03
2	60	0.03
3	60	0.03
4	60	0.03
5	60	0.03

Sistema de geração 2

Grupo	Potência	FOR
1	100	0.03
2	100	0.03
3	50	0.03
4	50	0.03



As tabelas de probabilidades de perda de geração (TPPG) para cada um dos sistemas de geração são aqui apresentadas:

TPPG 1

Pot. avariada	Prob. Acumulada
0	1.000E+00
60	1.413E-01
120	8.472E-03
180	2.580E-04
240	3.953E-06
300	2.430E-08

TPPG 2

Pot. avariada	Prob. Acumulada
0	1.000E+00
50	1.147E-02
100	5.994E-02
150	4.340E-03
200	9.524E-04
250	5.319E-05
300	8.100E-07

Calcule a LOLP para cada um dos dois sistemas de geração e comente os resultados

Soluções: LOLP(1) = 0.8051 dias/ano, LOLP(2) = 4,266 dias/ano

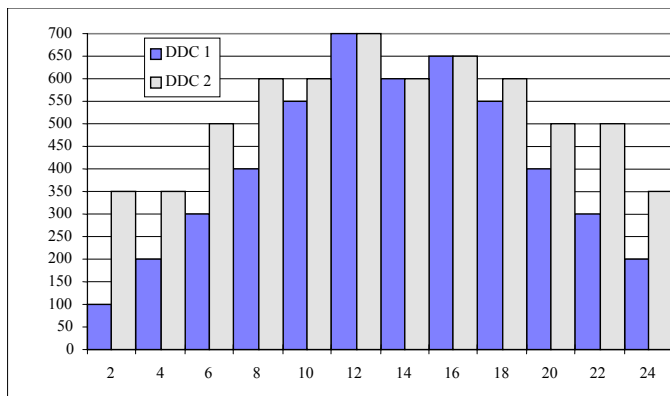
## 2.7- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

Considere disponíveis os seguintes tipos de grupos geradores:

Tipo	Capacidade	FOR
1	200	0.03
2	100	0.04

Um sistema constituído por 5 grupos, 3 do tipo 1 e 2 do tipo 2, satisfaz as seguintes distribuições diárias de carga correspondentes aos DDC1 e DDC2:





A correspondente Tabela de Probabilidade de Perda de Geração (TPPG) é aqui apresentada:

Potência fora de serviço	Probabilidade Acumulada
0	1.000E+00
100	0.159E+00
200	0.888E-01
300	0.928E-02
400	0.278E-02
500	0.232E-03
600	0.312E-04
700	0.212E-05
800	0.432E-07

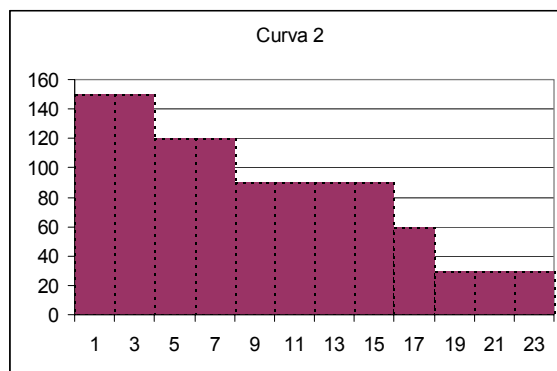
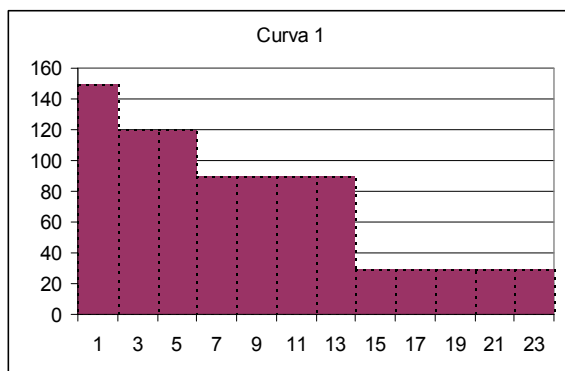
Calcule a LOLP para os dois diagramas de carga. Comente os resultados.

Soluções: a) LOLP(DC1) = 6,4657 dias/ano, LOLP(DC2) = 6,8369 dias/ano

### 2.8- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

Um sistema electroprodutor apresenta características de fiabilidade que se podem resumir na seguinte tabela de probabilidade de perda de geração:

Capacidade for a de serviço (MW)	Probabilidade individual
0	0.94111875
40	0,02413125
60	0,02413125
100	0,01012500
140	0,00024375
160	0,00024375
200	0,00000625



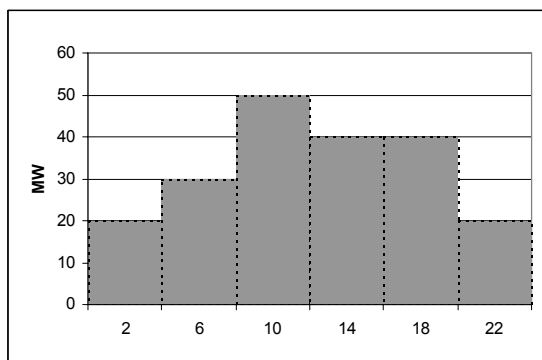
a) Considere as curvas diárias de duração de carga da figura. Parta do princípio de que se pode simplificar o modelo da procura de energia no sentido de que todos os dias de um ano apresentem a mesma curva de duração de carga. Nestas condições calcule a LOLP em dias por ano para as duas situações: curva 1 e curva 2.

b) Comente a diferença entre os valores de LOLP encontrados, em função das curvas.

Soluções: a)  $LOLP(\text{curva1}) = 1,764$  dias/ano,  $LOLP(\text{curva2}) = 2,828$  dias/ano

### 2.9- Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

A uma fábrica com o diagrama de carga representada na figura, são apresentadas duas soluções para a instalação de grupos geradores. Uma solução preconiza a utilização de 2 geradores iguais, com capacidade de 30 MW e FOR de 0.02. A segunda solução passa pela instalação de 3 geradores iguais com capacidade de 20 MW cada e uma FOR superior à dos geradores anteriores em 25%.



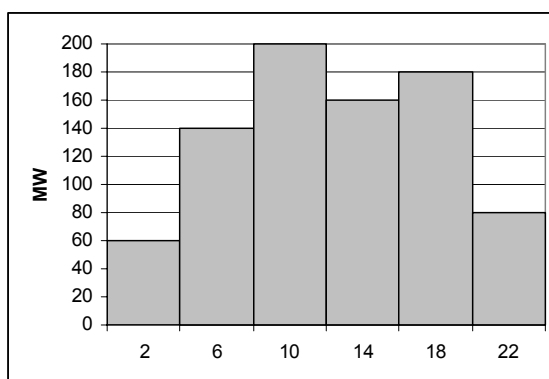
a) Qual das soluções acha, do ponto de vista da fiabilidade do sistema de geração, mais apropriada?

b) Indique o porquê da diferença nos resultados.

Soluções: a)  $LOLP(2 \times 30) = 7,3$  dias/ano,  $LOLP(3 \times 20) = 4,7878$  dias/ano

### 2.10 - Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

O Sr. Silva construiu uma fábrica de componentes electrónicos cujo diagrama de carga típico é representado na figura:



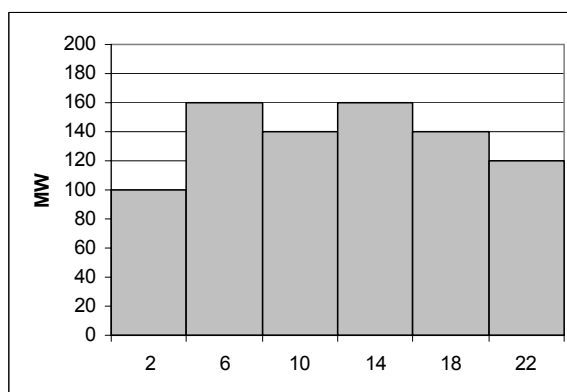
Em vez de comprar a electricidade à operadora o Sr. Silva preferiu instalar grupos geradores, ficando o sistema de geração constituído por dois geradores de 100 MW cada e FOR = 0,02 e um gerador de 50 com uma FOR = 0,03. A Tabela de Probabilidade de Perda de Geração (TPPG) é a seguinte:

Potência fora de serviço	Probabilidade acumulada
0	1,000000
50	0,068412
100	0,039600
150	0,001576
200	0,000400
250	0,000012

A qualidade dos componentes produzidos bem como os elevados custos da retoma do processo após uma falha de energia fez com que o Sr. Silva procurasse incrementar a fiabilidade do sistema de energia eléctrica da fábrica e em particular do sistema de geração. Após a realização de um estudo por uma equipa de auditores foram-lhe apresentadas duas soluções. Uma das soluções passa pela inclusão de mais um gerador de 50 MW (FOR = 0,03). A ser implementada esta solução a TPPG passaria a ser a seguinte:

Potência fora de serviço	Probabilidade acumulada
0	1,0000000
50	0,0963596
100	0,0404644
150	0,0027167
200	0,0004353
250	0,0000236
300	0,0000004

A segunda solução passa pela instalação de um sistema automático de controlo de consumos que teria como consequência um rearranjo do diagrama de carga da instalação, mostrado na figura abaixo mantendo os 3 grupos geradores iniciais.



Qual das soluções é mais favorável para evitar as preocupações do Sr. Silva, do ponto de vista da fiabilidade do sistema de geração? Quantifique.

Soluções: a)  $LOLP(Exp) = 0,525$  dias/ano,  $LOLP(controlo) = 5,130$  dias/ano

### 2.11 - Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP)

Considere agora o sistema electroprodutor da tabela seguinte:

Grupo	Potência nominal (MW)	FOR
G1	200	0,002
G2	300	0,004
G3	330	0,001
G4	150	0,002

A tabela de probabilidade de perda de geração correspondente é:

Capacidade fora de serviço	Probabilidade individual de ocorrência
0	0,991028
150	0,001986
200	0,001986
300	0,003980
330	0,000992
350	3,98E-06
450	7,97E-06
480	1,98E-06
500	7,97E-06
530	1,99E-06
630	3,98E-06
650	1,59E-08
680	3,98E-09
780	7,98E-09
830	7,98E-09
980	1,60E-11

Acrescentando-lhe um grupo idêntico a G4, a tabela modifica-se para:

Estado nº	Capacidade fora de serviço	Probabilidade individual de ocorrência
1	0	0,989046
2	150	0,003964
3	200	0,001982
4	300	0,003976
5	330	0,000990
6	350	7,94E-06
7	450	1,59E-05
8	480	3,97E-06
9	500	7,97E-06
10	530	1,98E-06
11		1,59E-08
12	630	3,98E-06
13	650	3,19E-08
14	680	7,95E-09
15	780	1,59E-08
16		3,19E-11
17	830	7,98E-09
18		1,59E-11
19	980	3,19E-11
20		3,20E-14

- Complete os valores de capacidade fora de serviço indicando apenas na sua folha de prova o nº do estado e o valor da capacidade. Justifique.
- Comente os valores em negativo na tabela, comparando-os com os valores de probabilidade constantes da tabela anterior para as mesmas capacidades fora de serviço.
- O cálculo da LOLP com as duas tabelas para uma mesma curva de duração de carga daria valores diferentes. Diga em que caso seria maior e justifique.

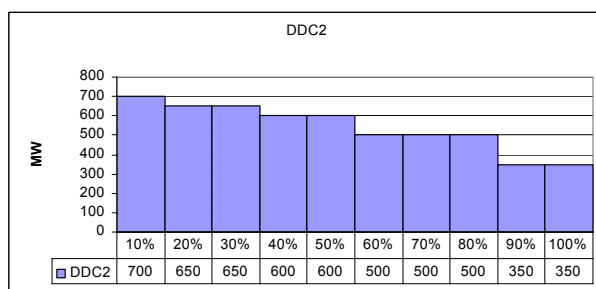
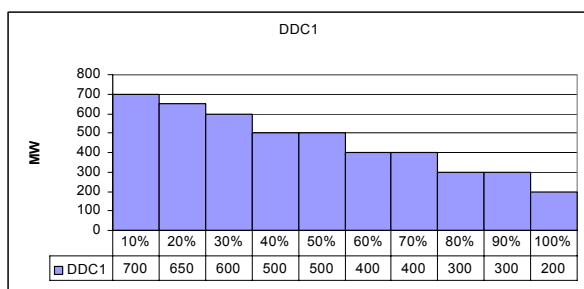
Soluções: a) Est. 11 – 600 MW, Est. 16 – 800 MW, Est. 18 – 930 MW, Est. 20 – 1130 MW

**2.12 - Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP) (Frequência 2001/06/06)**

Considere os seguintes tipos de grupos geradores definidos na tabela seguinte:

Tipo	Capacidade	FOR
1	300	0,015
2	200	0,020
3	100	0,025

Um sistema constituído por 3 grupos, dois do tipo 1 e um do tipo 2 satisfaz as seguintes distribuições de cargas representadas pelos diagramas de duração de carga DDC1 e DDC2 dos gráficos seguintes:



As tabelas de probabilidade de perda de geração (TPPG) referem-se ao sistema de 3 geradores (TPPG1) e à expansão do sistema com mais um grupo de 100 MW (tipo 3).

TPPG1

Pot. fora de serviço	Prob. Individual	Prob. Acumulada
0	0,95082050	1,00000000
200	0,01940450	0,04917950
300	0,02895900	0,02977500
500	0,00059100	0,00081600
600	0,00022050	0,00022500
800	0,00000450	0,00000450

TPPG2

Pot. fora de serviço	Prob. Individual	Prob. Acumulada
0	0,92704999	1,00000000
100	0,02377051	0,07295001
200	0,01891939	0,04917950
300	0,02872014	0,03026011
400	0,00072398	0,00153998
500	0,00057623	0,00081600
600	0,00022976	0,00023978
700	0,00000551	0,00001001
800	0,00000439	0,00000450
900	0,00000011	0,00000011

- a) Confirme o valor da probabilidade individual da TPPG2 (0,02872014) para o estado correspondente à potência fora de serviço de 300 MW.
- b) Calcule a LOLP correspondente ao DDC1 para os dois sistemas e compare, justificando, com os resultados obtidos para a LOLP correspondentes ao DDC2 cujos valores são de 7,708 e 7,066 dias/ano, respectivamente para o sistema de três geradores e para o expandido.
- c) Considere o sistema correspondente à TPPG1. Represente um diagrama de enumeração exaustiva dos estados possíveis de residência do sistema. Admitindo que  $\lambda=10*FOR$  e, portanto,  $\mu=10*(1-FOR)$ , represente sobre o diagrama as taxas de transição entre estados com os respectivos valores numéricos.

Soluções: b) LOLP1(DDC1)=4,813 dias/ano ; LOLP2(DDC1)=2,343 dias/ano

**2.13 - Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP) (Exame 2001/06/21)**

Considere um sistema de geração constituído por três grupos cujas características se resumem na tabela seguinte:

grupo	capacidade	taxa de avarias	taxa de reparações
G1	70	0.1	9.9
G2	30	0.25	9.75
G3	40	0.25	9.75

a) Assumindo que a FOR se pode considerar equivalente a uma indisponibilidade, determine os valores das FOR dos três grupos partindo da definição de indisponibilidade baseada nas taxas de avarias e de reparações.

b) Desenhe um diagrama em que estejam representados os estados possíveis de residência do sistema. O diagrama deve conter as transições possíveis entre estados embora sem quantificar as taxas de transição relativas aos estados compostos que existirem.

Soluções: a) FOR(G1)=0,01; FOR(G2)=0,025; FOR(G3)=0,025

**2.14 - Cálculo da Probabilidade de perda de carga (LOLP) (Exame Recurso 2001/07/23)**

Considere três tipos de grupos geradores e três sistemas de geração constituídos por grupos dos tipos definidos, dos quais se fornece também as respectivas TPPG.

Caracterização dos grupos		
Tipo	Capacidade	FOR
1	300	0,015
2	200	0,020
3	100	0,025

Caracterização dos sistemas				
	Tipo1	Tipo2	Tipo3	Pot. Instal.
TPPG1	2	0	2	800 MW
TPPG2	2	1	1	900 MW
TPPG3	2	1	2	1000 MW

Pot. fora de serviço	Probabilidades individuais		
	TPPG1	TPPG2	TPPG3
0	0,92232014	0,92704999	0,90387374
100	0,04729847	0,02377051	0,04635250
200	?	0,01891939	?
300	0,02809097	0,02872014	0,02847512
400	0,00144056	0,00072398	0,00142388
500	0,00001847	0,00057623	0,00057992
600	0,00021389	0,00022976	0,00023842
700	0,00001097	0,00000551	0,00001112
800	0,00000014	0,00000439	0,00000442
900	---	0,00000011	0,00000022
1000	---	---	0,00000000

Suponha que estes três sistemas alimentam uma carga caracterizada pelo diagrama de duração de carga (DDC) apresentado na tabela seguinte:

Duração	10%	20%	20%	30%	20%
Potência (MW)	700	650	600	500	350

- Calcule a LOLP em dias/ano para o sistema correspondente à TPPG2 e compare os valores com os valores das LOLP calculadas para os sistemas correspondentes às TPPG1 e TPPG3 que são 5,7025 e 0.3371 dias/ano respectivamente.
- Calcule o valor da probabilidade individual do estado correspondente a 200 MW fora de serviço para as TPPG1 e TPPG3. Valoriza-se o cálculo em que são enumerados exhaustivamente os estados possíveis correspondentes a 200 MW fora de serviço.

Soluções: a)  $LOLP(TPPG2)=3,533$  dias/ano; b)  $p_{ind200}(TPPG1)=6,064 \times 10^{-4}$ ;  $p_{ind200}(TPPG3)=1,904 \times 10^{-2}$

### 2.15 Análise de fiabilidade de sistemas electroprodutores. Métodos de frequência e duração

Considere um sistema de geração constituído por três grupos cujas características se resumem na tabela seguinte:

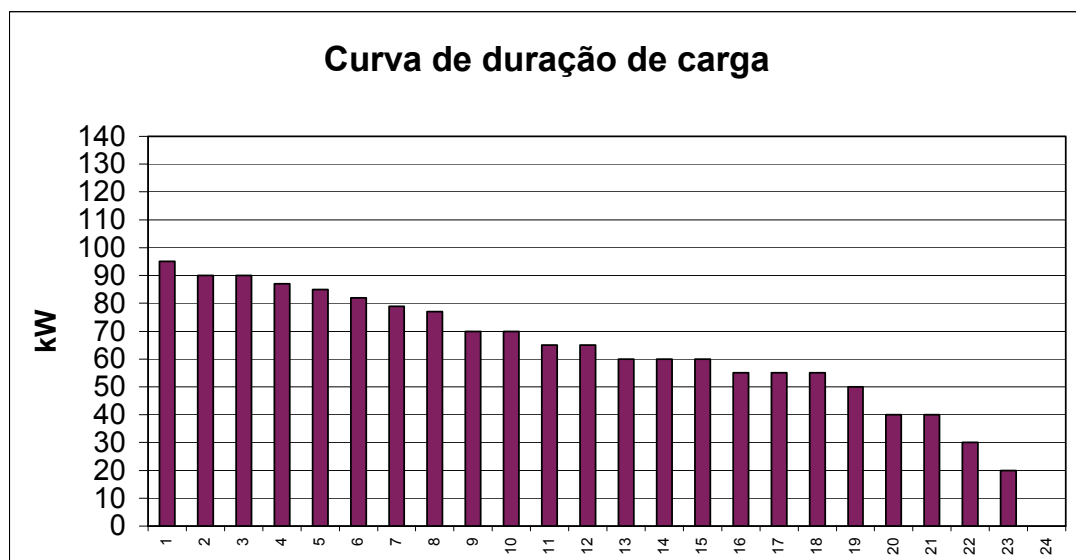
grupo	capacidade	taxa de avarias	taxa de repar.
G1	70	0.1	9.9
G2	30	0.25	9.75
G3	40	0.25	9.75

- a) Assumindo que a FOR se pode considerar equivalente a uma indisponibilidade, determine os valores das FOR dos três grupos partindo da definição de indisponibilidade baseada nas taxas de avarias e de reparações.
- b) Desenhe um diagrama em que estejam representados os estados possíveis de residência do sistema. O diagrama deve conter as transições possíveis entre estados embora sem quantificar as taxas de transição relativas aos estados compostos que existirem.
- c) A tabela seguinte descreve um modelo do sistema de geração apresentado, embora incompleto. Complete a tabela preenchendo os espaços em branco. Justifique todos os valores que encontrar.

Capacidade fora de serviço	Probabilidade e individual	Probabilidade acumulada	$\lambda+$	$\lambda-$	f <sub>i</sub>
0	0.94112		0	0.6	
	0.02413	0.05888		0.350	0.24373
		0.03475	9.750	0.350	0.24373
	0.01013	0.01062	10.487	0.476	0.11099
		0.00049		0.250	
	0.00024	0.00025	19.650		0.00485
140			29.400	0.000	0.00018

- d) Na figura seguinte representa-se uma curva de duração de carga da rede que o sistema de geração tem que abastecer num determinado dia. Determine a LOLP para esse dia.





Soluções:

a)

grupo	FOR
G1	0,01
G2	0,025
G3	0,025

c)

Capacidade fora de serviço	Probabilidade individual	Probabilidade acumulada	$\lambda+$	$\lambda-$	$f_i$	$f_{acum}$
0	0,94112	1	0	0,6	0,56467	-
30	0,02413	0,05888	9,750	0,350	0,24373	0,56467
40	0,02413	0,03475	9,750	0,350	0,24373	0,33784
70	0,01013	0,01062	10,487	0,476	0,11099	0,11100
100	0,00024	0,00049	19,650	0,250	0,00485	0,00964
110	0,00024	0,00025	19,650	0,250	0,00485	0,00491
140	0,00001	0,00001	29,400	0,000	0,00018	0,00018

d)

0,0909 h/dia = 1,3824 dias/ano